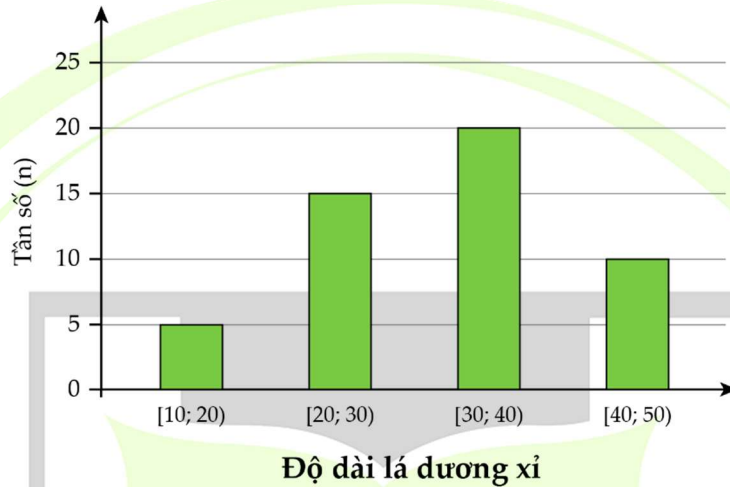


ĐÁP ÁN PHIẾU ĐỀ THI THỬ VÀO 10 HÀ NỘI (MATHX BIÊN SOẠN)

Bài I.

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: cm) của 50 lá dương xỉ trưởng thành người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Em hãy tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40).

Hướng dẫn giải

Tần số ghép nhóm của nhóm [30; 40) là: 20.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40) là 0,4 hay 40%.

2) Một chiếc hộp chứa 40 quả bóng cùng hình dạng và kích thước. Các quả bóng được ghi số lần lượt từ 1 đến 40; hai quả bóng khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp. Tính xác suất của biến cố sau: “Số xuất hiện trên quả bóng là số chẵn nhỏ hơn 30”.

Hướng dẫn giải

Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số xuất hiện trên quả bóng là số chẵn nhỏ hơn 30” là: {2;4;6;8;10;...;26;28}. Vậy có 14 kết quả thuận lợi.

Xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên quả bóng là số chẵn nhỏ hơn 30” là:

$$\frac{14}{40} = \frac{7}{20}.$$

Bài II. Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{3\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $P = A.B$. Hãy so sánh P và \sqrt{P} .

Hướng dẫn giải

1) Với $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện), ta có: $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{25} + 3}{\sqrt{25} + 1} = \frac{4}{3}$.

2) Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có:

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{3\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \frac{x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2}$.

3) Ta có $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$.

Ta có $\sqrt{x} \geq 0$ nên $\sqrt{x} + 2 > 0$ và $\sqrt{x} + 3 > \sqrt{x} + 2$.

Do đó $P = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} > 1$

Suy ra $P - 1 > 0$

Mà $P = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} > 0$

Suy ra $P(P - 1) > 0$ hay $P^2 > P$ do đó $P > \sqrt{P}$.

Bài III.

1) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kỳ hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền của hàng vay từ ngân hàng A và ngân hàng B lần lượt là x và y ($0 < x, y < 600$; triệu đồng)

Do cửa hàng đã vay 600 triệu đồng nên ta có phương trình $x + y = 600$ (1)

Tiền lãi một năm từ ngân hàng A là: $8\%.x = 0,08x$ (triệu đồng)

Tiền lãi một năm từ ngân hàng B là: $9\%.y = 0,09y$ (triệu đồng)

Do số tiền lãi một năm phải trả cho ngân hàng là 50 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$0,08x + 0,09y = 50 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 0,08x + 0,09y = 50 \\ x + y = 600 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 400 \\ y = 200 \end{cases}$ (thoả mãn)

Vậy số tiền cửa hàng đã vay từ ngân hàng A là 400 triệu đồng, cửa hàng đã vay từ ngân hàng B là 200 triệu đồng.

2) Ghi nhớ lời Bác Hồ dạy “Mùa xuân là Tết trồng cây” lớp 9A lên kế hoạch trồng 390 cây xanh. Kế hoạch của lớp là mỗi học sinh phải trồng số cây bằng nhau, nhưng khi bắt đầu thực hiện thì có 4 bạn được phân công làm nhiệm vụ khác nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 2 cây so với kế hoạch. Tính số học sinh lớp 9A.

Hướng dẫn giải

Gọi số học sinh lớp 9A là x ($x \in \mathbb{N}^*$, học sinh)

Theo kế hoạch, mỗi học sinh lớp 9A phải trồng số cây là: $\frac{390}{x}$ (cây)

Khi thực hiện, thực tế có $x - 4$ bạn lớp 9A tham gia trồng cây và mỗi bạn trồng $\frac{390}{x - 4}$ (cây)

Do mỗi bạn phải trồng thêm 2 cây so với kế hoạch nên ta có phương trình:

$$\frac{390}{x - 4} - \frac{390}{x} = 2 \text{ hay } \frac{390x - 390(x - 4)}{x(x - 4)} = \frac{2x(x - 4)}{x(x - 4)} \text{ suy ra } x^2 - 4x - 780 = 0$$

Giải phương trình tìm được $x_1 = 30$ (tm) và $x_2 = -26$ (loại)

Vậy lớp 9A có 30 học sinh.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $4x^2 + 2x + m = 0$ có một nghiệm là $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$. Tính tổng nghịch đảo của hai nghiệm.

Hướng dẫn giải

Để phương trình $4x^2 + 2x + m = 0$ có nghiệm thì $\Delta \geq 0$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 4 \cdot m \geq 0$$

$$4 - 16m \geq 0$$

$$m \leq \frac{1}{4}$$

Do $4x^2 + 2x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ nên thay $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ vào phương trình ta được:

$$4\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}\right)^2 + 2\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}\right) + m = 0$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + m = 0$$

$$1 + m = 0$$

$$m = -1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Suy ra phương trình trở thành: $4x^2 + 2x - 1 = 0$

Theo định lí Viète ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Suy ra tổng nghịch đảo của hai nghiệm là: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{4}} = 2$.

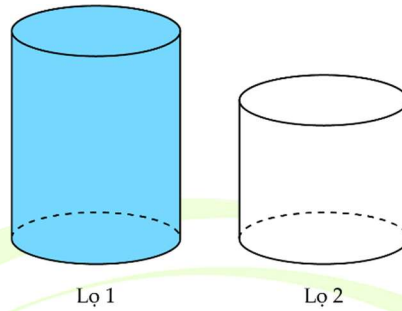
Bài IV.

1) Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất có bán kính đáy là 5 cm, chiều cao 8 cm đựng đầy nước. Lọ thứ hai có bán kính đáy là 6 cm, chiều cao 5 cm.

a) Tính thể tích nước trong lọ thứ nhất?

b) Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai thì nước có bị tràn ra ngoài không? Tại sao?

(Lấy $\pi \approx 3,14$. Bỏ qua độ dày của thành bình).



Hướng dẫn giải

a) Thể tích lọ thứ nhất là: $5.5.3,14.8 = 628 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích lọ thứ hai là: $6.6.3,14.5 = 565,2 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai thì nước có bị tràn ra ngoài vì thể tích của lọ thứ nhất lớn hơn thể tích của lọ thứ hai.

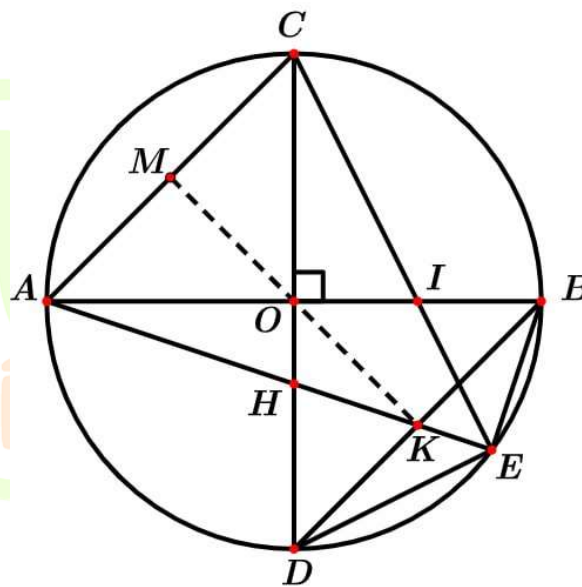
2) Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, gọi I là trung điểm của OB . Tia CI cắt đường tròn $(O; R)$ tại E . Nối AE cắt CD tại H ; nối BD cắt AE tại K .

a) Chứng minh bốn điểm O, E, I, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AH \cdot AE = 2R^2$ và tính $\frac{OH}{OA}$.

c) Gọi M là trung điểm của AC . Chứng minh K, O, M thẳng hàng.

Hướng dẫn giải



a) Ta dễ dàng chứng minh được $\widehat{CED} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{IED} = 90^\circ$

Suy ra $\triangle IED$ vuông tại E nên I, E, D nằm trên đường tròn đường kính ID (1)

Ta có $\widehat{BOD} = 90^\circ$ (gt) hay $\widehat{IOD} = 90^\circ$

Suy ra $\triangle IOD$ vuông tại O nên I, O, D nằm trên đường tròn đường kính ID (2)

Từ (1) và (2) suy ra O, I, E, D cùng nằm trên đường tròn đường kính ID.

b) Ta dễ dàng chứng minh được $\triangle AOH \sim \triangle AEB$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{AO}{AE} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH \cdot AE = AO \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2 \text{ (đpcm)}$$

Ta dễ dàng chứng minh được $sđ \widehat{AC} = sđ \widehat{BC}$ (do $CD \perp AB$)

Suy ra $\widehat{AEC} = \widehat{CEB}$ (góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra EI là phân giác \widehat{AEB}

$$\text{Ta có: } AI = AO + OI = \frac{3}{2}R; IB = \frac{1}{2}R$$

$$\text{Suy ra } \frac{EA}{EB} = \frac{IA}{IB} = 3$$

$$\text{Suy ra } EA = 3 \cdot EB \text{ hay } \frac{EB}{EA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Lại có: } \triangle AOH \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{OH}{EB} = \frac{OA}{AE} \text{ hay } \frac{OH}{OA} = \frac{EB}{AE}$$

$$\text{Suy ra } \frac{OH}{OA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{c) Ta có: } \frac{OH}{OA} = \frac{1}{3} \text{ (cmt) và } OA = OD = R \text{ suy ra } OH = \frac{1}{3}OD$$

Suy ra H là trọng tâm của $\triangle ABD$.

Ta dễ dàng chứng minh được K là trung điểm của BD

Suy ra OK là phân giác của \widehat{DOB} ($\triangle DOB$ cân tại O)

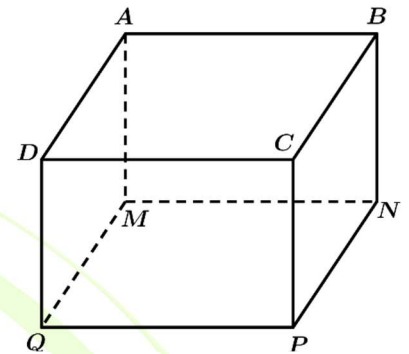
Suy ra $\widehat{KOB} = 45^\circ$. Mặt khác $\widehat{MOC} = 45^\circ$ ($\triangle COA$ vuông cân có OM là trung tuyến)

$$\text{Do đó, } \widehat{MOC} + \widehat{COB} + \widehat{BOK} = 180^\circ$$

Suy ra K, O, M thẳng hàng.

Bài V.

Một gia đình muốn xây một cái bể chứa nước nhỏ ở góc vườn để chủ động tưới rau, bể có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy MNPQ là hình vuông (hình vẽ)



Hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của bể sao cho tổng diện tích các mặt làm bể (bao gồm 4 mặt xung quanh và một mặt đáy) là nhỏ nhất, biết rằng thể tích của bể là $4m^3$.

Hướng dẫn giải

Gọi độ dài cạnh đáy MN và độ dài chiều cao AM của bể lần lượt là $x(m)$ và $y(m)$ với $x > 0; y > 0$

Do thể tích bể bơi là $4m^3$ nên $x^2y = 4$ hay $y = \frac{4}{x^2}$

Tổng diện tích các mặt của bể bơi là : $S = 4xy + x^2 = x^2 + \frac{16}{x}$

$$S = x^2 + 4 + \frac{16}{x} - 4 \geq 4x + \frac{16}{x} - 4 \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{16}{x}} - 4 = 12$$

Dấu "=" xảy ra khi
$$\begin{cases} x = 2 \\ 4x = \frac{16}{x} \end{cases}$$
 hay $x = 2$ (tm) suy ra $y = 1$.

Vậy để tổng diện tích các mặt của bể nhỏ nhất khi độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao của bể lần lượt là $2m$ và $1m$.

