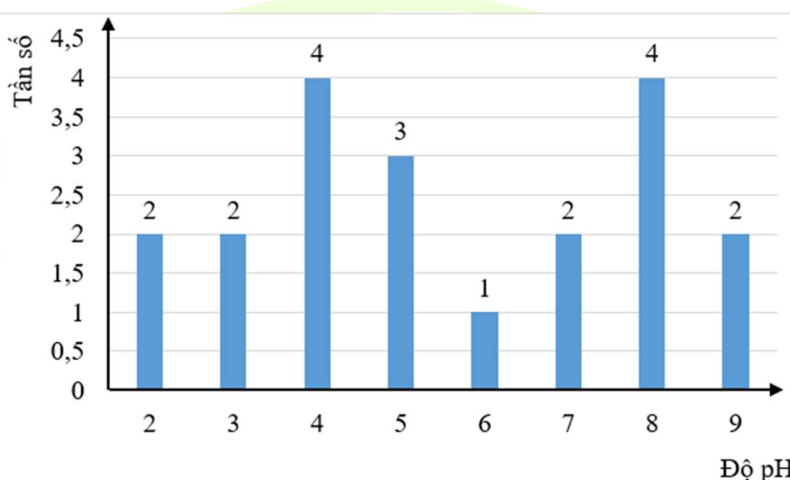


ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10 (MATHX BIÊN SOẠN) – ĐỀ SỐ 2**Bài 1.**

1) Người ta thống kê được độ pH của 20 dung dịch có trong một phòng thí nghiệm và vẽ được biểu đồ tần số sau:



Trong Khoa học Tự nhiên phân môn Hoá học, pH là chỉ số quan trọng để đánh giá các dung dịch có môi trường axit (độ pH nhỏ hơn 7), kiềm (độ pH lớn hơn 7) hay trung tính (độ pH bằng 7). Từ biểu đồ trên, em hãy cho biết có bao nhiêu dung dịch có môi trường axit?

Hướng dẫn giải

Có 12 dung dịch có môi trường axit.

2) Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; ...; 52; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố sau: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là bội của 10”.

Hướng dẫn giải

Số kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp là: $\{1, 2, \dots, 52\}$ nên có 52 kết quả.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là bội của số 10” là: $\{10, 20, 30, 40, 50\}$ nên có 5 kết quả.

Xác suất của biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là bội của 10” là: $\frac{5}{52}$.

Bài 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với

$$x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}, x \neq 1.$$

- 1) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A.B < 0$.

Hướng dẫn giải

1) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được: $A = \frac{\sqrt{9}-2}{2\sqrt{9}-1} = \frac{1}{5}$

Vậy khi $x = 9$ thì $A = \frac{1}{5}$.

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

$$3) A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1} \cdot \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$$

$$A.B < 0 \text{ hay } \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} < 0 \quad (\text{Tử mẫu trái dấu})$$

Vì $\sqrt{x}+1 > 0$ với mọi $x \geq 0$ nên $\sqrt{x}-2 < 0$ hay $x < 4$.

Kết hợp với điều kiện xác định ta được: $0 \leq x < 4, x \neq \frac{1}{4}, x \neq 1$

Mà x nguyên nên $x = \{0; 2; 3\}$.

Bài 3.

- 1) Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là 10 km/h nên ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai $\frac{1}{2}$ giờ. Tính vận tốc mỗi ô tô biết quãng đường AB dài 150 km.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là x (km/h, $x > 10$)

Vận tốc của ô tô thứ hai là: $x - 10$ (km/h)

Thời gian ô tô thứ nhất đi là: $\frac{150}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô thứ hai đi là: $\frac{150}{x-10}$ (giờ)

Theo đề bài ra ta có phương trình: $\frac{150}{x-10} - \frac{150}{x} = \frac{1}{2}$

Giải phương trình trên ta được: $x = 60$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là 60km / h , ô tô thứ hai là 50 km/h.

2) Lớp 9A và lớp 9B của một trường THCS dự định làm 90 chiếc đèn ông sao để tặng các em thiếu nhi nhân dịp Tết Trung Thu. Nếu lớp 9A làm trong 2 ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn; nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn. Biết rằng số đèn từng lớp làm được trong mỗi ngày là như nhau, hỏi nếu cả hai lớp cùng làm thì hết bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đã dự định?

Hướng dẫn giải

Gọi số đèn lớp 9A làm được trong một ngày theo dự định là: x (chiếc, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số đèn lớp 9B làm được trong một ngày là: y (chiếc, $y \in \mathbb{N}^*$)

Theo đề bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 23 \\ x + 2y = 22 \end{cases}$$

Giải hệ trên tìm được: $(x; y) = (8; 7)$

Vậy lớp 9A mỗi ngày làm được 8 chiếc đèn

Lớp 9B mỗi ngày làm được 7 chiếc đèn.

Cả hai lớp cùng làm được số chiếc đèn trong một ngày là $8 + 7 = 15$ (chiếc/ngày)

Để làm được 90 chiếc đèn, thời gian cả hai lớp cùng làm là: $\frac{90}{15} = 6$ (ngày)

Vậy theo dự định, cả hai lớp cùng làm với nhau thì họ sẽ hoàn thành công việc trong 6 ngày.

3) Cho phương trình $-2x^2 - x + m = 0$ nhận giá trị $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ là một nghiệm. Tính tổng

lập phương hai nghiệm của phương trình trên.

Hướng dẫn giải

Vì $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ là một nghiệm của phương trình $-2x^2 - x + m = 0$ nên thay vào ta tìm được $m = 2$. Phương trình ban đầu trở thành $-2x^2 - x + 2 = 0$.

Cách 1. Giải phương trình $-2x^2 - x + m = 0$ ta tìm được hai nghiệm

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

Khi đó ta có: $x_1^3 + x_2^3 = \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{4}\right)^3 + \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}\right)^3 = \frac{-13}{8}$.

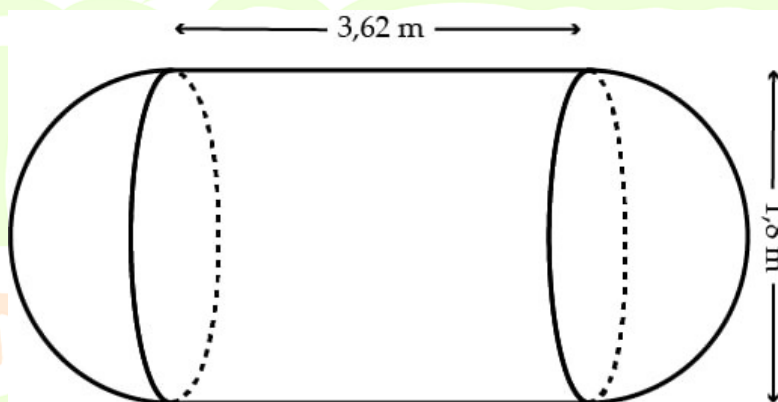
Cách 2. Phương trình $-2x^2 - x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 vì $(-2) \cdot 2 < 0$.

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

Ta có: $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2) \cdot [(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2] = \frac{-13}{8}$.

Bài 4.

1) Một xe bồn chở nước sạch cho một tổ dân phố gồm 200 hộ dân. Bồn chứa nước có dạng hình trụ và mỗi đầu của bồn là nửa hình cầu (kích thước như hình vẽ). Trung bình mỗi hộ dân nhận được 200 lít nước sạch mỗi ngày? Hỏi mỗi ngày, xe cần phải chở ít nhất bao nhiêu chuyến để cung cấp đủ nước cho 200 hộ dân trên. Biết mỗi chuyến bồn đều chứa đầy nước. (Cho $\pi \approx 3,14$)



Hướng dẫn giải

Thể tích của hình trụ là: $\left(\frac{1,8}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 3,62 = 9,207108 \text{ (m}^3\text{)} = 9207,108 \text{ (lít)}$

Thể tích hai nửa cầu là: $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1,8}{2}\right)^3 = 3,05208 \text{ (m}^3\text{)} = 3052,08 \text{ (lít)}$

Thể tích của bồn là: $9207,108 + 3052,08 = 12259,188 \text{ (lít)}$

Mỗi ngày 200 hộ dân cần cung cấp số lít nước là: $200 \cdot 200 = 40\,000 \text{ (lít)}$

Mỗi ngày xe cần chở ít nhất số chuyến là: $40000 : 12259,188 \approx 3,26$

Vậy xe cần chở ít nhất là 4 chuyến mỗi ngày để cung cấp đủ nước cho 200 hộ dân.

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

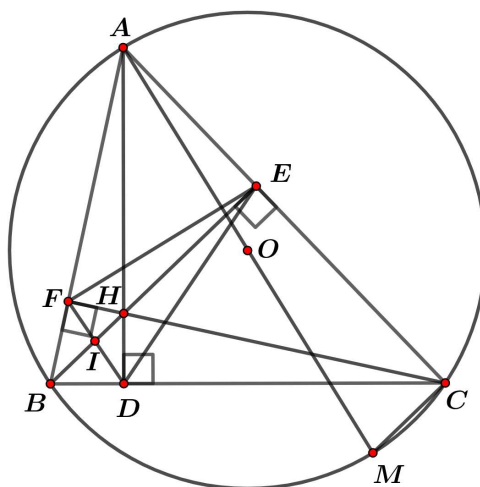
a) Chứng minh: Tứ giác BFEC nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AM, gọi I là giao điểm của DF và BE.

Chứng minh: $AD \cdot AM = AB \cdot AC$ và $BI \cdot HE = IH \cdot BE$.

c) Kẻ CK vuông góc với AM ($K \in AM$), kẻ BN vuông góc với AM ($N \in AM$). Chứng minh rằng: Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DNK nằm trên cạnh BC.

Hướng dẫn giải



a) Ta có: $\triangle FBC$ vuông tại F nên F, B, C nội tiếp đường tròn đường kính BC (1)

$\triangle EBC$ vuông tại E nên E, B, C nội tiếp đường tròn đường kính BC (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC

b) Ta có $\widehat{ACM} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa (O))

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACM$ có: $\widehat{ABD} = \widehat{AMC}$ (cùng chắn cung AC); $\widehat{ADB} = \widehat{ACM} (= 90^\circ)$

Nên $\triangle ADB \sim \triangle ACM$ (g-g)

Suy ra: $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AM}$ suy ra $AD \cdot AM = AB \cdot AC$

Ta có tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn đường kính AH nên $\widehat{HFE} = \widehat{HAE}$

Tương tự: $\widehat{HFD} = \widehat{HBD}$

Mà $\widehat{HAE} = \widehat{HBD}$ suy ra: $\widehat{HFD} = \widehat{HFE}$

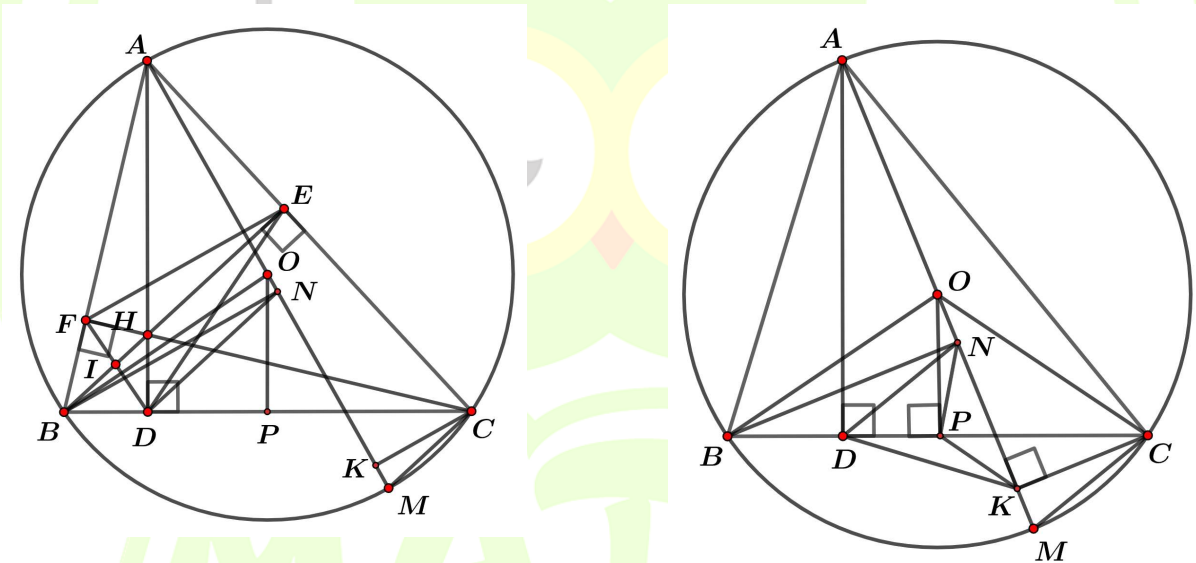
Nên FH là đường phân giác của $\triangle FEI$

$$\text{nên: } \frac{FI}{FE} = \frac{HI}{HE} \quad (3)$$

Mặt khác: $\widehat{CFB} = 90^\circ$ (gt) suy ra FB là đường phân giác ngoài của $\triangle FEI$ nên $\frac{FI}{FE} = \frac{BI}{BE} \quad (4)$

Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{BI}{BE} = \frac{HI}{HE}$ nên $BI \cdot HE = BE \cdot HI$

c)



Kẻ OP vuông góc với BC ($P \in BC$)

Ta có: Tứ giác ADKC nội tiếp đường tròn đường kính AC

Nên $\widehat{KDC} = \widehat{KAC}$ (cùng chắn KC) (5)

Tương tự chứng minh được tứ giác OPKC nội tiếp đường tròn đường kính OC

Nên $\widehat{KPC} = \widehat{KOC}$ (cùng chắn KC)

Mà: $\widehat{KPC} = \widehat{PDK} + \widehat{PKD}$ (Góc ngoài tam giác)

$\widehat{KOC} = \widehat{OAC} + \widehat{OCA} = 2\widehat{OAC} = 2\widehat{KDC}$ (do tam giác OAC cân tại O)

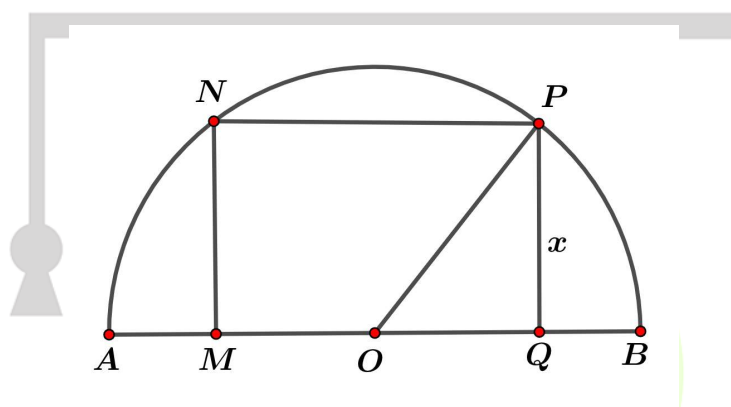
Suy ra: $\widehat{KDC} = \widehat{PDK} + \widehat{PKD}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra: $\widehat{PDK} = \widehat{PKD}$ suy ra $\triangle PDK$ cân tại P

Nên $PD = PK$

Chứng minh tương tự: $PN = PK$ suy ra: $PD = PK = PN$ nên P là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DNK$.

Bài 5. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật MNPQ nội tiếp trong nửa đường tròn (O) bán kính 20 cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn (như hình vẽ).



Hướng dẫn giải

Gọi x (cm) là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn ($0 < x < 20$)

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn là:

$$MQ = 2\sqrt{20^2 - x^2} \text{ (cm)}$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật MNPQ là: } S = x \cdot 2\sqrt{400 - x^2} = 2\sqrt{x^2 \cdot (400 - x^2)} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Ta có: } 2\sqrt{x^2 \cdot (400 - x^2)} \leq x^2 + 400 - x^2 = 400.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x^2 = 400 - x^2 \Rightarrow x = 10\sqrt{2}$$

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là 400cm^2 khi $x = 10\sqrt{2}$ (cm).