

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ ĐỊNH LÍ VIỆT TRONG CÁC ĐỀ THI

Bài 1. (Đề khảo sát vào lớp 10 năm 2025 – 2026 phòng GD&ĐT Vũ Thư – Thái Bình)

Cho phương trình $x^2 - 3x - 1010 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Khi đó, không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = x_1(x_1 + 3) - x_2(1 - x_2) - 4x_1$$

Hướng dẫn giải

Ta có $a = 1$; $b = -3$; $c = -1010$. Phương trình có $a.c = -1010 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 .

Vì x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Theo Định lí Viète $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -1010 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= x_1(x_1 + 3) - x_2(1 - x_2) - 4x_1 \\ &= x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2) \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2) \\ &= 9 + 2020 - 3 \\ &= 2026 \end{aligned}$$

Vậy $A = 2026$.

Bài 2. (Đề minh họa tuyển sinh lớp 10 môn Toán (chung) năm 2025 – 2026 sở GD&ĐT Quảng Ninh)

Giả sử phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị biểu thức: $\frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^2 + 7x_2}$.

Hướng dẫn giải

Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$ nên theo định lí Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$$

Do x_1 là một nghiệm của phương trình nên $x_1^2 - 7x_1 + 2 = 0$ suy ra $x_1^2 = 7x_1 - 2$.

Ta có:

$$\frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^2 + 7x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)}{7x_1 - 2 + 7x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)}{7(x_1 + x_2) - 2} = \frac{7^3 - 3.2.7}{7.7 - 2} = \frac{301}{47}$$

Bài 3. (Đề khảo sát đợt 3 Toán 9 năm 2024 – 2025 phòng GD&ĐT Đức Thọ – Hà Tĩnh)

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2x_2^2 + |x_1 - x_2| + 2x_1^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\Delta = (-7)^2 - 4.1.2 = 41 > 0 \text{ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2.$$

Theo định lí Viète ta có: $x_1 + x_2 = 7$ và $x_1x_2 = 2$.

Theo bài ta có:

$$\begin{aligned} P &= 2x_2^2 + |x_1 - x_2| + 2x_1^2 \\ &= 2(x_1^2 + x_2^2) + \sqrt{(x_1 - x_2)^2} \\ &= 2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 + \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \\ &= 2.7^2 - 4.2 + \sqrt{7^2 - 4.2} \\ &= 90 + \sqrt{41} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = 90 + \sqrt{41}.$$

Bài 4. (Đề thi thử vào 10 lần 1 năm 2025 – 2026 phòng GD&ĐT Thái Hòa – Nghệ An)

Cho phương trình $x^2 - 5x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 \neq 0; x_2 \neq 0; \frac{1}{2}$). Không giải

phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{x_1 + 1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{4x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} \right)$.

Hướng dẫn giải

Do phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lí Viète ta có

$$x_1 + x_2 = 5; x_1x_2 = 2.$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên ta có: $x_2^2 = 5x_2 - 2$

Suy ra $4x_2 - 2 = x_2^2 - x_2$, thay vào biểu thức A ta được:

$$A = \left(\frac{x_1 + 1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{4x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} \right) = \left(\frac{x_1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{x_2^2 - x_2} + \frac{1}{x_1} \right)$$

$$= \left(\frac{x_1}{x_1 x_2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \right) = \left(\frac{1}{x_2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$$

Bài 5. (Đề kiểm tra học kì 2 trường AMS)

Cho phương trình bậc hai $2x^2 - mx - 3 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 . Biết một trong hai nghiệm là $\frac{3 - \sqrt{33}}{4}$, hãy tính giá trị của biểu thức

$$P = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - 2$$

Hướng dẫn giải

Do $\frac{3 - \sqrt{33}}{4}$ là nghiệm của phương trình nên ta có:

$$2 \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{4} \right)^2 - m \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{4} \right) - 3 = 0$$

$$-m \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{4} \right) = -\frac{9 - 3\sqrt{33}}{4}$$

$$m = \left(-\frac{9 - 3\sqrt{33}}{4} \right) : \left(-\frac{3 - \sqrt{33}}{4} \right)$$

$$m = 3$$

Vậy phương trình là: $2x^2 - 3x - 3 = 0$

Theo Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

Ta có:

$$P = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - 2$$

$$= x_1 x_2 + (x_1 + x_2) - 1$$

$$= -3 + 3 - 1$$

$$= -1$$

Vậy $P = -1$.

Bài 6. (Đề kiểm tra học kì 2 trường THCS Chu Văn An – Tây Hồ - Hà Nội)

Biết phương trình bậc hai $x^2 - (m+1)x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3. \text{ Tính } x_1^3 + x_2^3.$$

Hướng dẫn giải

$$\text{Xét } \Delta = [-(m+1)]^2 - 4m = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Cách 1: Theo hệ thức Viète:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$$

$$x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9$$

$$m+1 + 2\sqrt{m} = 9 \quad (\text{DK: } m \geq 0)$$

$$m + 2\sqrt{m} - 8 = 0$$

$$(\sqrt{m} - 2)(\sqrt{m} + 4) = 0$$

$$\sqrt{m} - 2 = 0 \quad (\text{do } \sqrt{m} + 4 > 0)$$

$$m = 4 \quad (\text{tm})$$

Cách 2: Ta có $a = 1; b = -(m+1); c = m$ và $a + b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = m$

$$\text{Thay vào } \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3 \text{ ta được } \sqrt{1} + \sqrt{m} = 3 \text{ suy ra } m = 4 \quad (\text{tm})$$

Vậy với $m = 4$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 5^3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 = 65.$$

Bài 7. (Đề khảo sát chất lượng Toán 9 năm 2025 phòng GD&ĐT Hoài Đức – Hà Nội)

Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m-2)x + 3 - 2m = 0 \quad (1)$

a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 24$.

Hướng dẫn giải

a) Phương trình $x^2 - 2(m-2)x + 3 - 2m = 0$ có:

$\Delta' = [-(m-2)]^2 - 1 \cdot (3-2m) = m^2 - 4m + 4 - 3 + 2m = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$ với mọi giá trị của m .

Vậy phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m .

b) Cách 1: Do phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo Định lí Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 \\ x_1 x_2 = 3 - 2m \end{cases}$$

Ta có:

$$|x_1 - x_2| = 24$$

$$(x_1 - x_2)^2 = 24^2$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 24^2$$

$$(2m - 4)^2 - 4(3 - 2m) = 24^2$$

$$4m^2 - 16m + 16 - 12 + 8m = 24^2$$

$$4m^2 - 8m + 4 = 24^2$$

$$(2m - 2)^2 = 24^2$$

Trường hợp 1: $2m - 2 = 24$ suy ra $m = 13$

Trường hợp 2: $2m - 2 = -24$ suy ra $m = -11$.

Cách 2: Ta có $a = 1$; $b = -2(m-2)$; $c = 3 - 2m$ và $a - b + c = 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm là $x_1 = -1$ và $x_2 = 2m - 3$

Ta có:

$$|x_1 - x_2| = 24$$

$$|-1 - (2m - 3)| = 24$$

$$|-2m + 2| = 24$$

$$\begin{cases} -2m + 2 = 24 \\ -2m + 2 = -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -11 \\ m = 13 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{13; -11\}$ thì phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 24$.

Bài 8. (Đề khảo sát vào lớp 10 lần 1 năm 2025 phòng GD&ĐT Yên Định – Thanh Hóa)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x - 2m = 0$ với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $x_2 - x_1 = x_1^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\Delta' = [-(m-2)]^2 - 1 \cdot (-2m) = m^2 - 4m + 4 + 2m = m^2 - 2m + 4 = (m-1)^2 + 3 > 0$ với mọi m .

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo hệ thức Viète ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-2) \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$$

Ta có: $x_2 - x_1 = x_1^2$ suy ra $x_2 = x_1^2 + x_1$ (với $x_2 > x_1$)

Xét

$$x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 2(m-2) - 2m$$

$$x_1 + x_2 + x_1 x_2 = -4 \quad (*)$$

Thay $x_2 = x_1^2 + x_1$ vào $(*)$ ta được

$$x_1 + x_1^2 + x_1 + x_1(x_1^2 + x_1) = -4$$

$$x_1^3 + 2x_1^2 + 2x_1 + 4 = 0$$

$$(x_1 + 2)(x_1^2 + 2) = 0$$

$$x_1 = -2 \quad (\text{do } x_1^2 + 2 > 0)$$

Thay $x_1 = -2$ vào $x_2 = x_1^2 + x_1$ ta tính được $x_2 = 2$

Do đó

$$x_1 x_2 = -2m$$

$$-4 = -2m$$

$$m = 2$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 9. (Đề thi thử vào 10 trường Như Bá Sỹ - Thanh Hoá)

Cho phương trình $x^2 - 7x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2^2 - 6x_2 + m - 1} = 3$.

Hướng dẫn giải

Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta = 49 - 4(m-1) > 0 \\ x_1 + x_2 = 7 > 0 \\ x_1 x_2 = m - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{suy ra} \quad \begin{cases} m < \frac{53}{4} \\ m > 1 \end{cases} \quad \text{hay} \quad 1 < m < \frac{53}{4}.$$

Theo định lý Viète ta có: $x_1 + x_2 = 7$ và $x_1 x_2 = m - 1$.

Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên: $x_2^2 - 7x_2 + m - 1 = 0$ hay $x_2^2 = 7x_2 - m + 1$

Ta có:

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2^2 - 6x_2 + m - 1} = 3$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{7x_2 - m + 1 - 6x_2 + m - 1} = 3$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$$

$$x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9$$

$$7 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9$$

$$\sqrt{x_1 x_2} = 1$$

$$x_1 x_2 = 1$$

$$m - 1 = 1$$

$$m = 2 \text{ (tm)}$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 10. (Đề thi thử vào lớp 10 năm 2025 – 2026 sở Bắc Giang)

Cho phương trình $x^2 + (m-2)x - m - 3 = 0$ (1) (x là ẩn, m là tham số)

- 1) Giải phương trình (1) với $m = 3$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1^2 + mx_1 - m)(2x_2 + 3) = 5$$

Hướng dẫn giải

- 1) Thay $m = 3$ vào phương trình (1) ta được:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Giải phương trình tìm được $x = 2; x = -3$

Vậy với $m = 3$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = 2; x = -3$.

2) Phương trình (1) có $\Delta = (m-2)^2 - 4(-m-3) = m^2 + 16 > 0$, với mọi m .

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Theo định lí Viète ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1 x_2 = -m - 3 \end{cases}$$

Vì x_1 là nghiệm của (1) nên

$$x_1^2 + (m-2)x_1 - m - 3 = 0$$

$$x_1^2 - mx_1 - m = 2x_1 + 3$$

Thay vào biểu thức $(x_1^2 + mx_1 - m)(2x_2 + 3) = 5$ ta được

$$(2x_1 + 3)(2x_2 + 3) = 5$$

$$4x_1 x_2 + 6(x_1 + x_2) + 4 = 5$$

Hay

$$4(-m-3) + 6(2-m) + 4 = 0 \text{ suy ra } m = \frac{2}{5}$$

Vậy $m = \frac{2}{5}$ là giá trị cần tìm.

MATHX
THÍCH HỌC TOÁN