

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TỈNH THANH HOÁ

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1. Phương trình $3x - 9 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = 9$ B. $x = -3$ C. $x = 3$ D. $x = -9$

Đáp án C

Câu 2. Với $x \geq 0$, biểu thức $2x\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $\sqrt{2x^2}$ B. $2\sqrt{x^3}$ C. $\sqrt{2x^3}$ D. $-2\sqrt{x^3}$

Đáp án B

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua điểm có tọa độ $(3;3)$?

- A. $y = x^2$ B. $y = \frac{1}{2}x^2$ C. $y = 3x^2$ D. $y = \frac{1}{3}x^2$

Đáp án D

Câu 4. Bất phương trình $2x + 3 \leq 9$ có nghiệm là:

- A. $x < 3$ B. $x > 3$ C. $x \leq 3$ D. $x \geq 3$

Đáp án C

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ (cm), $AC = 4$ (cm). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\tan B = \frac{4}{3}$ B. $\tan C = \frac{4}{3}$ C. $\cot B = \frac{4}{3}$ D. $\cot C = \frac{3}{4}$

Đáp án A

Câu 6. Đường kính của đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình chữ nhật MNPQ có chiều dài 12 cm, chiều rộng 5 cm là:

- A. 13 cm. B. $\frac{13}{2}$ cm. C. $\frac{13\sqrt{2}}{2}$ cm. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm.

Đáp án A

Câu 7. Đo chiều cao (đơn vị cm) các em học sinh của một lớp, ta được một bảng tần số ghép nhóm như sau.

Chiều cao (cm)	[150;158)	[158;161)	[161;164)	[164;167)
Số học sinh	5	12	15	8

Số học sinh có chiều cao từ 158 cm đến dưới 161 cm là:

- A. 5 . B. 12 . C. 15 . D. 8 .

Đáp án B

Câu 8. Bạn Nam gieo một con xúc xắc 10 lần liên tiếp thì thấy mặt 4 chấm xuất hiện đúng 3 lần. Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt 4 chấm là:

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{4}{10}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{3}{14}$

Đáp án A

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9.

- a) Giải phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$
 b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

- a) Xét phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$ có $a = 1; b = 3; c = -4$ và $a + b + c = 0$ nên phương trình có nghiệm là:

$$x = 1 \text{ và } x = -4.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$ và $x = -4$.

- b) Ta có $\begin{cases} 3x + 2y = 7 & (1) \\ 3x - 2y = -1 & (2) \end{cases}$

Cộng hai vế của (1) và (2) ta được: $6x = 6$ hay $x = 1$

Thay $x = 1$ vào (1) ta được $3.1 + 2y = 7$ suy ra $2y = 4$ hay $y = 2$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(1; 2)$.

Câu 10. Rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-5}{x-1} \\
 &= \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{2\sqrt{x}-2+2\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{5\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{5}{\sqrt{x}+1}
 \end{aligned}$$

Câu 11. (1,0 điểm) Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện: $x_1 + x_2 - 101x_1x_2 = 2025$.

Hướng dẫn giải

Xét phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ (1)

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4m = 25 - 4m$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$ hay $25 - 4m > 0$ hay $m < \frac{25}{4}$ (*)

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Theo Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1x_2 = m \end{cases}$

Ta có: $x_1 + x_2 - 101x_1x_2 = (x_1 + x_2) - 101x_1x_2 = 5 - 101m$

Để $x_1 + x_2 - 101x_1x_2 = 2025$ thì $5 - 101m = 2025$ hay $m = -20$.

Kết hợp với điều kiện (*) thì $m = -20$ thỏa mãn.

Vậy với $m = -20$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn

$x_1 + x_2 - 101x_1x_2 = 2025$.

Câu 12. (1,0 điểm) Một người chia số tiền 800 triệu đồng của mình cho hai khoản đầu tư. Sau một năm, tổng số tiền lãi người đó thu được là 54 triệu đồng. Lãi suất cho

khoản đầu tư thứ nhất là 6%/ năm và khoản đầu tư thứ hai là 8% năm. tính số tiền người đó đầu tư cho mỗi khoản.

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền người đó đầu tư cho khoản thứ nhất và thứ hai lần lượt là x, y ($x, y > 0$).

Tổng số tiền người đó đầu tư là 800 triệu đồng nên ta có phương trình

$$x + y = 800 \quad (1)$$

Số tiền lãi cho khoản đầu tư thứ nhất sau một năm là: $6\%.x = 0,06x$ (triệu đồng)

Số tiền lãi cho khoản đầu tư thứ hai sau một năm là: $8\%y = 0,08y$ (triệu đồng)

Do tổng số tiền lãi người đó thu được là 54 triệu đồng nên ta có phương trình

$$0,06x + 0,08y = 54 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 0,06x + 0,08y = 54 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được:
$$\begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \end{cases} \quad (\text{tmđk})$$

Vậy số tiền người đó đầu tư cho khoản đầu tư thứ nhất là 500 triệu đồng, cho khoản thứ hai là 300 triệu đồng.

Câu 13. (1,0 điểm) Một quả cầu sắt (C) có dạng một khối cầu đặc có khối lượng riêng bằng $7800 \text{ (kg / m}^3\text{)}$ và có khối lượng bằng $1300\pi \text{ (kg)}$. Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = D.V$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị kg), V là thể tích của vật (đơn vị m^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị kg / m^3).

a) (0,5 điểm) Thể tích của khối cầu sắt (C) bằng bao nhiêu m^3 ?

b) (0,5 điểm) Tính diện tích bề mặt của khối cầu sắt (C) theo đơn vị m^2 .

Hướng dẫn giải

Theo đề bài, ta có:

Khối lượng riêng của khối cầu đó là: $D = 7800 \text{ (kg / m}^3\text{)}$

Khối lượng của khối cầu đó là $m = 1300\pi \text{ (kg)}$

a) Suy ra thể tích của khối cầu đó là $V = \frac{m}{D} = \frac{1300\pi}{7800} = \frac{\pi}{6} \text{ (m}^3\text{)}$

b) Bán kính của khối cầu đó là: $R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \cdot V} = 2 \text{ (m)}$

Câu 4. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) và các đường cao AD, BE của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) (1,0 điểm) Chứng minh rằng tứ giác ABDE nội tiếp trong một đường tròn.

b) (1,0 điểm) Chứng minh $\triangle DHB \sim \triangle DCA$. Giả sử B, C cố định và A di động sao cho tam giác ABC nhọn. Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O) để DH.DA lớn nhất.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $\widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$ (do $AD \perp BC; BE \perp AC$)

Từ đó suy ra các điểm A, B, D, E cùng nằm trên đường tròn đường kính AB.

Hay tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn đường kính AB.

b) Ta có $\widehat{DAC} = \widehat{EBC}$ (cùng phụ $\widehat{C}$)

hay $\widehat{DAC} = \widehat{HBD}$

Xét tam giác DHB và tam giác DCA có:

$$\widehat{BDH} = \widehat{CDA} = 90^\circ$$

$$\widehat{HBD} = \widehat{DAC} \text{ (cmt)}$$

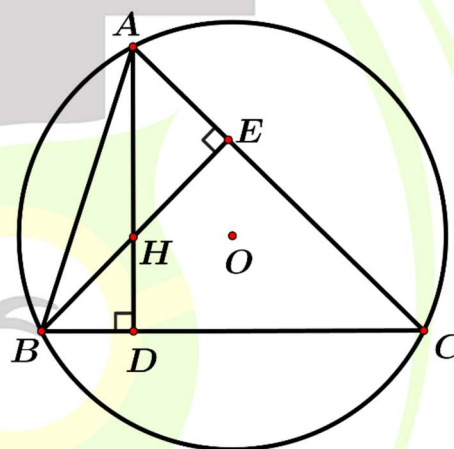
Suy ra $\triangle DHB \sim \triangle DCA$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{DH}{DC} = \frac{DB}{DA} \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\text{Do đó } DH \cdot DA = DC \cdot DB$$

$$\text{Với mọi số thực dương } x, y \text{ ta có } xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}.$$

Thật vậy, ta có



$$xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$4xy \leq (x+y)^2$$

$$0 \leq x^2 + 2xy + y^2 - 4xy$$

$$0 \leq x^2 - 2xy + y^2$$

$$0 \leq (x-y)^2$$

Do $(x-y)^2 \geq 0$ với mọi giá trị của x, y nên bất đẳng thức luôn đúng.

Dấu “=” xảy ra khi $x = y$.

Áp dụng kết quả trên cho hai số thực dương là độ dài hai cạnh DC và BC ta có:

$$DH \cdot DA = DC \cdot DB \leq \frac{(DC + DB)^2}{4} = \frac{BC^2}{4}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $DC = DB = \frac{BC}{2}$.

Từ đó suy ra D là trung điểm của BC.

Mà $OB = OC$ (B, C thuộc (O))

Do đó tam giác OBC cân tại O, có OD là trung tuyến nên OD là đường cao của tam giác OBC hay $OD \perp BC$.

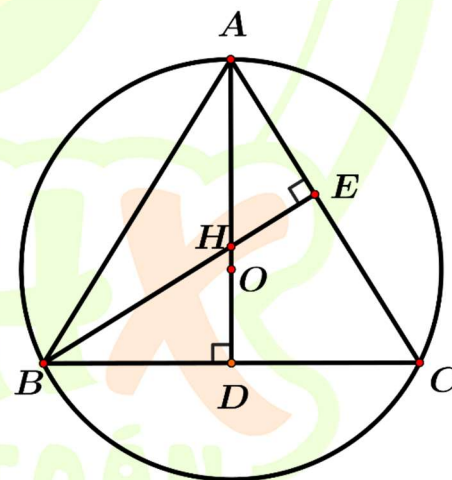
Mà $AD \perp BC$ nên A, H, D, O thẳng hàng.

Ta chứng minh được $\triangle ADB = \triangle ADC$ (hai cạnh góc vuông)

Suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ (hai góc tương ứng)

Hay $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ suy ra số đo $\widehat{AC} = \widehat{AB}$ hay A là điểm chính giữa cung lớn $\widehat{BC}$.

Vậy A là điểm chính giữa cung lớn $\widehat{BC}$ thì $DH \cdot DA$ đạt giá trị lớn nhất.



Câu 15. (0,5 điểm) Một người chạy bộ ngược chiều gió trên một quãng đường có độ dài là s km, với vận tốc gió thổi là 6 km/h. Nếu vận tốc của người chạy khi không có gió là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của người đó trong t giờ được cho bởi công thức

$E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng đơn vị Jun. Người đó cần chạy với vận tốc bao nhiêu km/h để năng lượng tiêu hao trong quá trình chạy là ít nhất?

Hướng dẫn giải

Vận tốc của người đó chạy ngược chiều gió là $v - 6$ (km/h) ($v > 6$)

Thời gian người đó chạy quãng đường s km là: $\frac{s}{v-6}$ (giờ)

Năng lượng người đó tiêu hao khi chạy là $E(v) = c.v^3.t = c.v^3 \cdot \frac{s}{v-6} = cs \cdot \frac{v^3}{v-6}$ (Jun)

Để năng lượng tiêu hao là ít nhất thì $E(v) = cs \cdot \frac{v^3}{v-6}$ là nhỏ nhất.

Đặt $v - 6 = x$ ($x > 0$) suy ra $v^3 = (x+6)^3$

Xét $f(x) = \frac{(x+6)^3}{x} = x^2 + 18x + 108 + \frac{216}{x}$

Ta chứng minh bất đẳng thức $x + y \geq 2\sqrt{xy}$. Dấu "=" xảy ra khi $x = y$.

Ta có

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 - 2\sqrt{xy} \geq 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$$

Ta thấy $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ luôn đúng với mọi $x, y > 0$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ hay $x = y$. Do đó bất đẳng thức được chứng minh.

Cách 1:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 + 18x + 108 + \frac{216}{x} \\
 &= (x^2 - 6x + 9) + \left(24x + \frac{216}{x}\right) + 99 \\
 &= (x-3)^2 + \left(24x + \frac{216}{x}\right) + 99 \\
 &\geq 0 + 2\sqrt{24x \cdot \frac{216}{x}} + 99 \\
 &= 243
 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x-3=0 \\ 24x = \frac{216}{x} \end{cases}$ hay $x=3$.

Cách 2:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 + 9 + 18x + \frac{216}{x} + 99 \\
 &\geq 6x + 18x + \frac{216}{x} + 99 \\
 &= 24x + \frac{216}{x} + 99 \\
 &\geq 2\sqrt{24x \cdot \frac{216}{x}} + 99 \\
 &= 243
 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=3 \\ 24x = \frac{216}{x} \end{cases}$ hay $x=3$

Do đó $f(x)$ nhỏ nhất bằng 243 khi $x=3$.

Suy ra $E(v)$ nhỏ nhất bằng 243cs khi $v=9$.

Vậy người đó cần chạy với vận tốc 9 km/h thì năng lượng tiêu hao trong quá trình chạy là ít nhất.

Tìm điểm rơi trong bất đẳng thức Cauchy ở bài toán trên.

Cách 1: Tách $f(x) = (x-a)^2 + (18+2a)x + \frac{216}{x} + (108-a^2)$

Ta dự đoán điểm rơi: $\begin{cases} x = a \\ (18 + 2a)x = \frac{216}{x} \quad (*) \end{cases}$

Thay $x = a$ vào $(*)$ ta tìm được $a = 3$.

Cách 2: Tách

$$f(x) = x^2 + a^2 + 18x + \frac{216}{x} + (108 - a^2)$$

$$\geq 2ax + 18x + \frac{216}{x} + (108 - a^2)$$

$$\geq 2\sqrt{(18 + 2a)x \cdot \frac{216}{x}} + (108 - a^2)$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x = a \\ (18 + 2a)x = \frac{216}{x} \quad (**) \end{cases}$

Thay $x = a$ vào $(**)$ ta tìm được $a = 3$

